

► LE PLAN EN 5 ÉTAPES

1. Étude de f : domaine · $G_f \cap OX$ (résoudre $f(x) = 0$) · $G_f \cap OY$ (calculer $f(0)$) · parité · asymptotes A.V./A.H./A.O. • 2. Étude de f' : calcul + tableau de signes → croissance & extrema • 3. Étude de f'' : calcul + tableau de signes → concavité & inflexions • 4. Tableau récap. • 5. Graphe.

► DOMAINE (CONDITIONS D'EXISTENCE)

- quotient : **dénominateur** $\neq 0$
- racine $\sqrt{}$: **contenu** ≥ 0
- polynôme : $\text{dom } f = \mathbb{R}$

► TANGENTE EN $X = A$

$T \equiv y - f(a) = f'(a)(x - a)$

pen t e = $f'(a)$ (nombre dérivé). Horizontale $\iff f'(a) = 0$.

► ASYMPTOTES

A.V. α borne du dom. et $\lim_{x \rightarrow a} f = \pm \infty \Rightarrow x = a$

A.H. $\lim_{\pm \infty} f = b \in \mathbb{R} \Rightarrow y = b$

A.O. $m = \lim_{\pm \infty} \frac{f(x)}{x} \in \mathbb{R}_0, p = \lim_{\pm \infty} (f - mx) \Rightarrow y = mx + p$

⚠ A.H. d'un côté $\Rightarrow$ pas d'A.O. de ce côté.

► FORMULAIRE DES DÉRIVÉES

$(k)' = 0 \cdot (x)' = 1$
 $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
 $(f \cdot g)' = f'g + fg'$
 $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
 $(\sqrt{f})' = \frac{f'}{2\sqrt{f}}$

$(x^n)' = n x^{n-1}$
 $(k \cdot f)' = k f' \cdot (f \pm g)' = f' \pm g'$
 $\left(\frac{1}{g}\right)' = \frac{-g'}{g^2}$
 $(f^n)' = n f^{n-1} f'$
 $(g \circ f)' = g'(f) \cdot f'$

► F' → VARIATIONS & EXTREMA

- $f' > 0 \rightarrow \nearrow \cdot f' < 0 \rightarrow \searrow$
- $f' = 0$ en changeant de signe → **extremum**
- $+ \rightarrow -$: **max** · $- \rightarrow +$: **min**

► F'' → CONCAVITÉ & INFLEXION

- $f'' > 0 \rightarrow \cup$ (haut) · $f'' < 0 \rightarrow \cap$ (bas)
- f'' change de signe → **point d'inflexion**

► EXEMPLE REPÈRE : $F(X) = \frac{X^2}{X-1}$

dom $f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ · $G_f \cap OX = G_f \cap OY = \{(0, 0)\}$ · A.V. $x = 1$ · pas d'A.H. · A.O. $y = x + 1$ · $f' = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$ (max (0, 0), min (2, 4)) · $f'' = \frac{2}{(x-1)^3}$ (pas d'inflexion).

x	$-\infty$	0		1		2	$+\infty$
f'	+	0	−		−	0	+
f''	−	−	−		+	+	+
f	$\nearrow \cap$	M 0	$\searrow \cap$		$\searrow \cup$	m 4	$\nearrow \cup$